

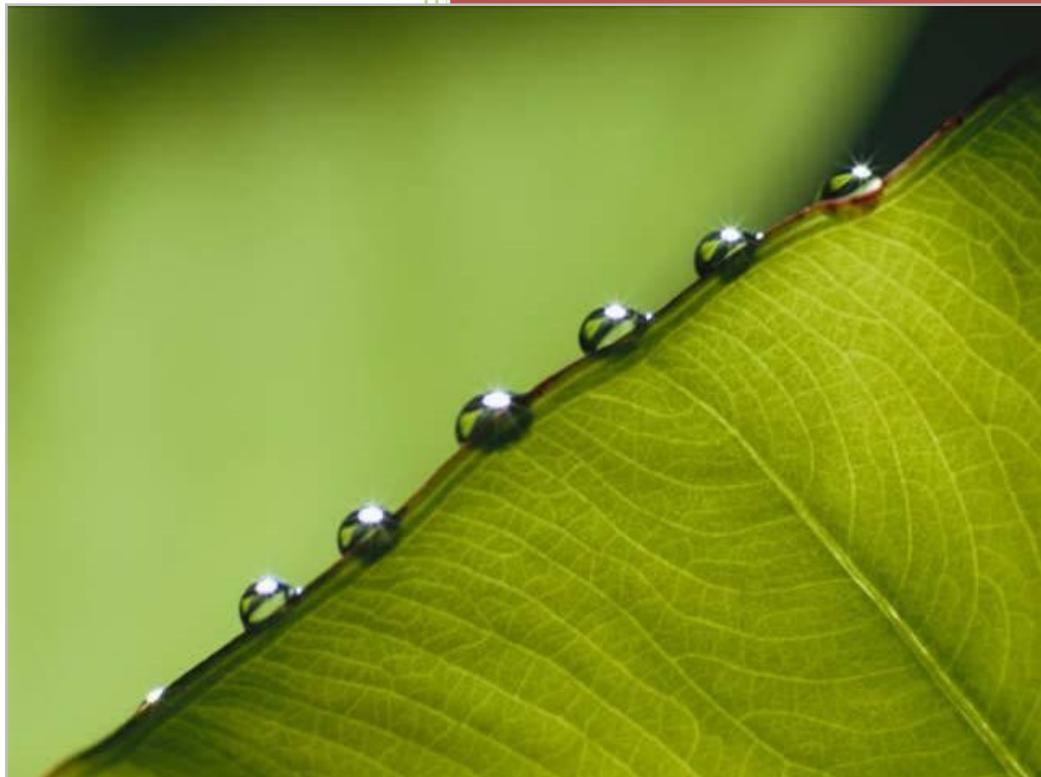


Castilla-La Mancha

Consejería de Educación y Ciencia
Redes de Formación
Servicio de Formación, Innovación e Investigación
redesformacion@iccm.es

Unidad Didáctica

SUCESIONES



AUTOR:
DANIEL HERNÁNDEZ CÁRCELES

Bajo Licencia Creative Commons



INDICE:

1.	Contextualización de la unidad dentro de la Programación Didáctica	2
2.	Elementos de Aprendizaje: Objetivos, Contenidos y Criterios de evaluación.	2
3.	Desarrollo de la Unidad	3
3.1	Fase Inicial	3
3.2	Fase de Desarrollo	5
3.3	Fase de Síntesis y Evaluación.....	18
3.4	Fase de Generalización.....	18
4.	Evaluación de la Unidad	22
	ANEXOS.....	23

TITULO:

Autor:

1. Contextualización de la unidad dentro de la Programación Didáctica.

Nivel: 3º ESO

Bloque de Contenidos: Bloque 2. Números y Álgebra

Temporalización:

Sesiones Fase Inicial	Sesiones Fase Desarrollo	Sesiones Fase Síntesis y Eval.	Sesiones Fase Generalización	Total Sesiones
1	4	2	2	9

2. Elementos de Aprendizaje: Objetivos, Contenidos y Criterios de evaluación.

Con esta unidad pretendemos que nuestros alumnos/as trabajen los siguientes indicadores que les permitan llegar a ser competentes en:

- 1.- Curiosidad e interés por conocer sucesiones en la vida real.
- 2.- Reconocer Progresiones aritméticas y geométricas en la vida real.
- 3.- Resolver problemas de la vida real utilizando sucesiones.
- 4.- Expresa números de la vida real en notación científica (contenido que también hemos trabajamos en unidad didáctica de números reales).
- 5.- Traduce lenguaje verbal a algebraico en problemas de sucesiones (contenido que trabajaremos también en unidad didáctica de lenguaje algebraico)
- 6.- No comete faltas de ortografía (Competencia Lingüística)
- 7.- Usa vocabulario matemático adecuado (Competencia Lingüística)
- 8.- Identifica información relevante en problemas de matemáticas (Competencia Lingüística)
- 9.- Tiene hábitos de consumo racional de agua y energía (Conocimiento e interacción con el medio físico).
- 10.- Tiene actitud crítica ante la contaminación (Conocimiento e interacción con el medio físico).
- 11.- Emplear la creatividad artística para el diseño de un mural (Competencia cultural y artística).
- 12.- Respeta las opiniones de los demás (C.Social y ciudadana)
- 13.- Practica dialogo, mediación, arbitraje y consenso (C.Social y ciudadana)
- 14.- Respeta las normas de convivencia (C.Social y ciudadana)
- 15.- Perseverancia, superación y rigor en la tarea (Autonomía e iniciativa personal)

3. Desarrollo de la Unidad

3.1 Fase Inicial

Sesión 1

Sesión introductoria para motivar el tema de las sucesiones de números reales

Tarea 1.1- (Trabajamos los indicadores 1,3,6,8)

Entregar el siguiente texto para motivar las sucesiones. Trabajar la lectura y la comprensión del texto.

“GAUSS, NIÑO PRODIGIO”

Johann Karl Friedrich Gauss fue uno de los más grandes matemáticos de la historia.



Antes de cumplir 3 años se encontraba con su padre que estaba preparando la nómina de los obreros que de él dependían. El joven Gauss que seguía con gran atención los cálculos del padre le dijo al terminar : "Padre has hecho mal la cuenta, el resultado debe ser ... ". El padre al repasar los cálculos comprobó con sorpresa que el hijo tenía razón. La historia es todavía más sorprendente si tenemos en cuenta que nadie le había enseñado a leer.

Un día en la escuela cuando tenía 10 años el maestro propuso como ejercicio sumar 100 números consecutivos. En esa época los alumnos usaban un pequeña pizarra para escribir las soluciones a los ejercicios que les planteaban. Era costumbre que el primero en acabar el ejercicio debía dejar su pizarra sobre la mesa del maestro, el siguiente alumno encima de la del primero y así sucesivamente.

Nada más terminar el maestro el enunciado del ejercicio Gauss puso su pizarra sobre la mesa del maestro. Cuando al cabo de una hora acabaron sus compañeros, el maestro comprobó sorprendido como el resultado que aparecía en la pizarra de Gauss era el correcto y además era el único que lo tenía correcto.

El maestro quedó tan impresionado que de su propio bolsillo compró un libro de aritmética y se lo regaló a Gauss.

- a) Haz un resumen de 2 o 3 líneas del texto.
- b) ¿Qué hizo Gauss para saber tan rápido la suma de los 100 primeros números?
- c) Escribir la sucesión de los 100 primeros números. ¿Qué operación se realiza para pasar de un término al siguiente?.
- d) ¿Sabrías con la técnica empleada por Gauss sumar los 500 primeros números? ¿Y los 750 primeros números?.
- e) Y si tuvieras que sumar los números del 101 al 200. ¿Cómo lo harías?.

Tarea 1.2- (Trabajamos el indicador 1)

Debatir con los alumnos sobre la utilidad que tienen las sucesiones en la vida real.

A continuación presentar un Powerpoint o un libro de Cuadernia de situaciones de la vida real con sucesiones. Dejar claro los tipos de sucesiones que nos van a interesar en nuestro tema (aritméticas y geométricas).



Tarea 1.3- (Trabajamos el indicador 1)

Con el portátil y el proyector, realizar una actividad colectiva de iniciación a las sucesiones:

http://descartes.cnice.mecd.es/materiales_didacticos/Sucesiones_de_numeros_reales/Sucesiones_concepto.htm



-Alguna actividad e Jclic de sucesiones



3.2 Fase de Desarrollo

Esta fase está orientada al desarrollo de los contenidos de la unidad.

Sesión 2

En esta sesión vamos a empezar a trabajar con las sucesiones generales y las sucesiones aritméticas.

Tarea 2.1- (Trabajamos los indicadores 1, 2 y 5)

Determina la regla que sigue cada una de las siguientes sucesiones para construir el siguiente término:

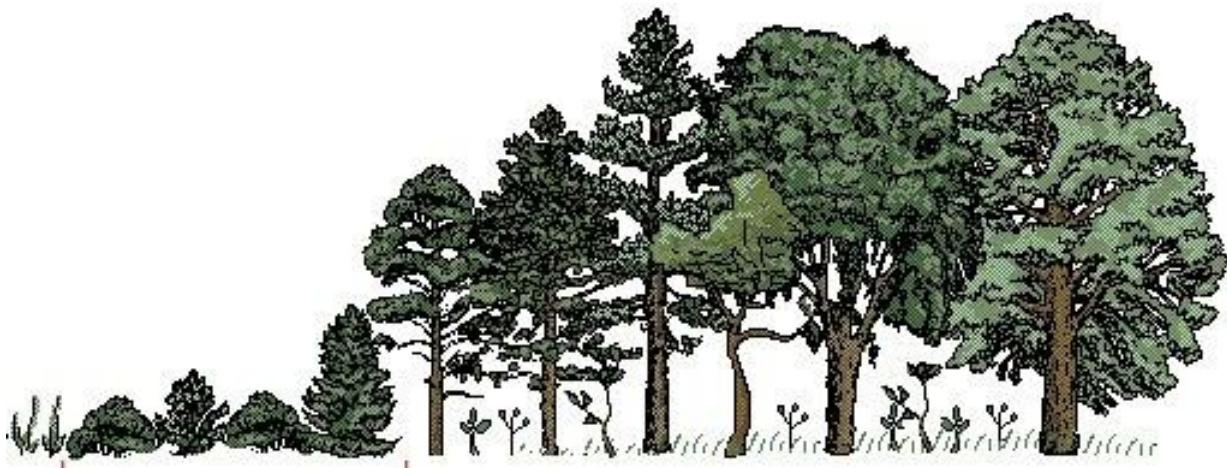
- a) 1, 4, 7, 10, 13, ...
- b) 1, 3, 6, 10, 15, ...
- c) 3, 9, 27, 81, ..
- d) 2, 2, 4, 6, 10, 16, ...
- e) 1, -2, 4, -8, ...
- f) 50, 45, 40, 35, ...
- g) 1, 4, 9, 16, 25, 36, ...
- h) 5, 6, 15, 16, 25, 26, ...
- i) 4, 8, 16, 32, 64, ...



Intenta determinar el término general de al menos 5 de las sucesiones anteriores.

Tarea 2.2- (Trabajamos los indicadores 1,2,3 y 10)

Imagina que eres un investigador y que has estado estudiando el crecimiento de 4 plantas. Al final has obtenido las siguientes 4 fórmulas te dan la altura en centímetros de las plantas en función de "n" que representa el número de días de vida de la planta.



a) $A_n = n^2 - n$ b) $B_n = 5n - 2$ c) $C_n = 3 \cdot (2^n)$ d) $D_n = D_{n-1} + D_{n-2}$, $D_0 = 1$, $D_1 = 3$

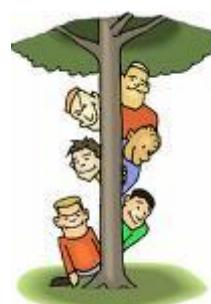
- (i) A los 6 días de vida. ¿Cuál de las 4 plantas es más alta?
- (ii) Cada una de las fórmulas representa el término general de una sucesión. ¿Podrías llenar la siguiente tabla que representa los crecimientos durante los 6 primeros días?

	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5	n=6
A_n						
B_n						
C_n						
D_n						

- (iii) Actualmente, ¿Qué factores se te ocurren que pueden afectar al crecimiento normal de las plantas y qué solución plantearías?

Tarea 2.3- (Trabajamos los indicadores 1,2, 12 y 13)

Esta actividad la vamos a realizar en grupos de dos. Cada alumno tiene que inventarse 3 sucesiones con la regla que a ellos se les ocurra. Después se la intercambian con su compañero para ver si este es capaz de sacar la regla para construir los siguientes términos.



Tarea 2.4- (Trabajamos los indicadores 1 y 5)

Escribe los 5 primeros términos de las siguientes sucesiones:

- a) El primer término es 5. Los demás se obtienen sumando 3 al anterior.
- b) El primer término es 3. Los demás términos se obtienen multiplicando por 2 el anterior.
- c) El primer término es 64. Los demás términos se obtienen multiplicando por $\frac{1}{2}$ el anterior.
- d) El primer término es 1, el segundo 2 y el tercero 3. Los restantes términos se obtienen sumando los 3 anteriores.
- e) El primer término es 3. Los siguientes se obtienen invirtiendo el anterior y multiplicando por 2.



Tarea 2.5- (Trabajamos los indicadores 1 y 2)

De todas las sucesiones que existen a nosotros nos van a interesar dos tipos concretos: las Aritméticas y las Geométricas que tienen multitud de aplicaciones a la vida real.

Explicar en la pizarra las diferencias entre esos dos tipos de sucesiones. Podemos usar un material preparado con Smartbook para pizarra digital o un powerpoint que junto a cada fórmula vaya presentando situaciones de la vida real.



Se entregará una ficha con las 5 fórmulas que necesitan para trabajar con sucesiones aritméticas y geométricas.

Fórmulas que se emplean para Sucesiones Aritméticas y Geométricas.

Término general (Aritmética)

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Suma de N términos de S.Aritmética

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Término general (Geométrica)

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

Suma de N términos de S.Gométrica

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (r^n - 1)}{r - 1}$$

Suma de Infinitos términos de S.Gométrica

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-r}$$

Tarea 2.6- (Trabajamos los indicadores 1, 2 y 3)

Tras hacer un estudio sobre el gasto de un móvil, comprobamos que gastamos una media de 25



euros al mes. El móvil nos costó 59€.

- ¿Cuánto nos habremos gastado en 3 años y 3 meses? ¿Y en 5 años y 7 meses?
- Este problema se puede plantear como una sucesión. ¿De qué tipo será la sucesión y por qué?.
- ¿Sabrías calcular el término general de esta sucesión para poder calcular el coste directamente en función de los meses que hayan pasado?

Tarea 2.7- (Trabajamos los indicadores 1, 2 y 3)

- ¿Cuántas cartas necesitamos para construir un castillo de 4 pisos como el de la imagen?
- ¿Y para construir un castillo de 12 pisos?.
- El record del mundo se consiguió con un castillo de 60 pisos. ¿Cuántas cartas se necesitaron?.



Tarea 2.8- (Trabajamos los indicadores 1, 2 y 3)

En una urbanización, al jardinero le han encargado que vaya colocando flores por zonas de acuerdo con la siguiente progresión.

zona1 zona2 zona3 zona4

* * * * * * * * *

* * * * * * * * * *

* * * * * * * *



De esta forma habrá 7 flores en la zona 1, después 10 flores en la zona 2, después 13 flores en la zona 3 y así sucesivamente.

- ¿De qué tipo es la sucesión 7, 10, 13, ...?
- ¿Cuántas flores plantará en la zona 8?.
- Si al final el jardín va a tener 16 zonas, ¿Cuántas flores tendrá que encargar a la floristería?.

Tarea para casa.- (Trabajamos los indicadores 1, 6, 7 y 8)

Leer fragmento sexto del libro “Diablo de los números” que se incluye en esta unidad como anexo y hacer un resumen.

Sesión 3

El primer paso será repasar la tarea enviada para casa y que algunos alumnos lean sus resúmenes del fragmento del “Diablo de los números”. Luego estableceremos un pequeño debate en clase sobre los contenidos de ese texto.

Tarea 3.1- (Trabajamos los indicadores 1,2,3 y 15)

Un joven ahorra cada mes 5€ más que el mes anterior. En 5 años sus ahorros sumarán 9330€.



Determina:

- lo que ahorró el primer mes.
- lo que ahorró el último mes.

Tarea 3.2- (Trabajamos los indicadores 1,2,3 y 15)

El número de usuarios de un polideportivo los fines de semana comenzó siendo de 150 personas y aumentó en 30 personas cada fin de semana a partir de entonces. ¿Cuántas personas asistieron al polideportivo a los 6 meses?.



Tarea 3.3- (Trabajamos los indicadores 1,2,3 y 15)

Un padre decide colocar en una hucha 1€ el día que su hijo cumpla un año, e ir duplicando la cantidad sucesivamente en todos los cumpleaños para hacerle un buen regalo a la mayoría de edad. ¿Cuánto tendrá que colocar el día que su hijo cumpla 18 años? ¿Cuánto habrá en la hucha en total?



Tarea 3.4- Trabajamos los indicadores 1,2,3 y 15)

La población mundial ha pasado en 40 años de 2500 millones a 5500 millones de habitantes.



- Calcula a diferencia anual si suponemos que sigue una progresión aritmética
- Calcula a razón anual si suponemos que sigue una progresión geométrica.

- c) Suponiendo que el crecimiento sigue una progresión aritmética, ¿Qué población habrá dentro de 20 años?.
- d) Suponiendo que el crecimiento sigue una progresión geométrica, ¿Qué población habrá dentro de 20 años?.

Tarea 3.5- Trabajamos los indicadores 1,2,3 y 15)

Imagina que te ofrecen un contrato de trabajo con las siguientes condiciones: el primer día cobras 15 € y cada día aumentas 60 céntimos. ¿Cuánto te pagarán por trabajar el día 30 del mes?. ¿Cuanto cobras en total si el mes tiene 30 días?



Tarea 3.6- Trabajamos los indicadores 1,2,3 y 15)

¿Pertenece el número capicúa 373 a la sucesión 9, 13, 17, 21, ... ? ¿Qué lugar ocupa?

Tarea 3.7- Trabajamos los indicadores 1,2,3 y 15)

Cuota mensual de 550€. De entrada dimos 30000€ ¿Cuánto nos habremos pagado en 4 años y 5 meses? ¿Y en 9 años y 7 meses?



Tarea 3.8- (Trabajamos los indicadores 1,2,3 y 15)

Si contratamos como compañía de móvil a Symyo nos cuestan las llamadas a 9 centimos el minuto y con Yoigo a 12. En ambas el establecimiento de llamada es 15 centimos. Este mes hemos hablado 1050 minutos. ¿Cuánto nos costaría con cada compañía? ¿Y si fueran 1200 minutos?.



Sesión 4

En esta sesión empezaremos a trabajar con sucesiones geométricas.

Tarea 4.1- “DOBLAR UN FOLIO VARIAS VECES”. (Trabajamos los indicadores 1,2,3,8 y 15)

Supongamos que un folio tiene un grosor de 0,14 mm. Empecemos a doblarlo y veremos que no podemos doblarlo más de 6 o 7 veces. Pero imaginemos que si pudiéramos.



- a) ¿Qué grosor tendrá el papel al doblarlo 10 veces?.
- b) ¿Qué mide más la Torre Eiffel (321 m) o un folio al doblarlo 22 veces?.
- c) ¿Cuántas veces tendríamos que doblar un papel para superar la altura del Everest?.
- d) Si pudieras doblar el papel 50 veces, ¿Qué sería mayor, el grosor del papel o la distancia de la Tierra al Sol que son 150 millones de Km?

Tarea 4.2 (Trabajamos los indicadores 1,2,3,6,7 y 8)

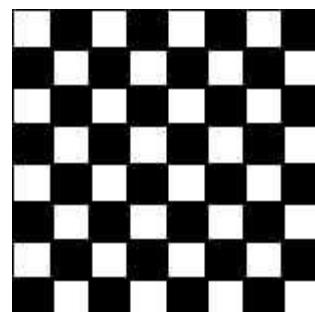
Leyenda sobre el tablero del ajedrez

El juego del ajedrez fue inventado en la India. Cuando el rey hindú Sheram conoció, quedó maravillado de lo ingenioso que era y de la variedad de posiciones que en él son posibles. Al enterarse de que el inventor era uno sus súbditos, el rey lo mandó llamar con objeto de recompensarle personalmente por su acertado invento.

El inventor, llamado Seta, se presentó ante el soberano. Era un sabio vestido con modestia, que vivía gracias a los medios que le proporcionaban sus discípulos.

– *Seta, quiero recompensarte dignamente por el ingenioso juego que has inventado –dijo el rey.*

El sabio contestó con una inclinación.



lo
de

– Soy bastante rico como para poder cumplir tu deseo más elevado –continuó diciendo el rey–. Di la recompensa que te satisaga y la recibirás.

– Soberano –dijo Seta–, manda que me entreguen un grano de trigo por la primera casilla del tablero del ajedrez.

– ¿Un simple grano de trigo? –contestó admirado el rey.

– Sí, soberano. Por la segunda casilla ordena que me den dos granos; por la tercera, 4; por la cuarta, 8; por la quinta, 16; por la sexta, 32...

– Basta –le interrumpió irritado el rey–. Recibirás el trigo correspondiente a las 64 casillas del tablero de acuerdo con tu deseo; por cada casilla doble cantidad que por la precedente. Pero has de saber que tu petición es indigna de mi generosidad. Al pedirme tan mísera recompensa, menosprecias, irreverente, mi benevolencia. En verdad que, como sabio que eres, deberías haber dado mayor prueba de respeto ante la bondad de tu soberano. Retírate. Mis servidores te sacarán un saco con el trigo que necesitas.

Seta sonrió, abandonó la sala y quedó esperando a la puerta del palacio.

Durante la comida, el rey se acordó del inventor del ajedrez y envió para que se enteraran de si habían entregado ya al reflexivo Seta su mezquina recompensa.

– Soberano, tu orden se está cumpliendo –fue la respuesta–. Los matemáticos de la corte calculan el número de granos que le corresponde.

El rey frunció el ceño. No estaba acostumbrado a que tardaran tanto en cumplir sus órdenes.

Por la noche, al retirarse a descansar, el rey preguntó de nuevo cuánto tiempo hacía que Seta había abandonado el palacio con su saco de trigo.

– Soberano –le contestaron–, tus matemáticos trabajan sin descanso y esperan terminar los cálculos al amanecer.

– ¿Por qué va tan despacio este asunto? –gritó iracundo el rey–. Que mañana, antes de que me despierte, hayan entregado a Seta hasta el último grano de trigo. No acostumbro a dar dos veces una misma orden.

Por la mañana comunicaron al rey que el matemático mayor de la corte solicitaba audiencia para presentarle un informe muy importante.

El rey mandó que le hicieran entrar.

– Antes de comenzar tu informe –le dijo Sheram–, quiero saber si se ha entregado por fin a Seta la mísera recompensa que ha solicitado.

– Precisamente para eso me he atrevido a presentarme tan temprano –contestó el anciano–. Hemos calculado escrupulosamente la cantidad total de granos que desea recibir Seta. Resulta una cifra tan enorme...

– Sea cual fuere su magnitud –le interrumpió con altivez el rey– mis graneros no empobrecerán. He prometido darle esa recompensa y, por lo tanto, hay que entregársela.

– Soberano, no depende de tu voluntad el cumplir semejante deseo. En todos tus graneros no existe la cantidad de trigo que exige Seta. Tampoco existe en los graneros de todo el reino. Hasta los graneros del mundo entero son insuficientes. Si deseas entregar sin falta la recompensa prometida, ordena que todos los reinos de la Tierra se conviertan en labrantíos, manda desecar los mares y océanos, ordena fundir el hielo y la nieve que cubren los lejanos desiertos del Norte. Que todo el espacio sea totalmente sembrado de trigo, y toda la cosecha obtenida en estos campos ordena que sea entregada a Seta. Sólo entonces recibirá su recompensa.

El rey escuchaba lleno de asombro las palabras del anciano sabio.

– Dime, cuál es esa cifra tan monstruosa –dijo reflexionando–.

– ¡Oh, soberano! Dieciocho trillones cuatrocientos cuarenta y seis mil setecientos cuarenta y cuatro billones setenta y tres mil setecientos nueve millones quinientos cincuenta y un mil seiscientos quince.



a) Lee el texto anterior y haz un resumen de 3 o 4 líneas.

b) Verifica si el resultado es correcto

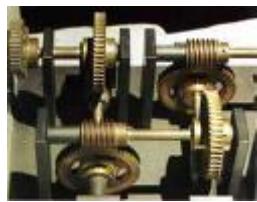
Tarea 4.3- (Trabajamos los indicadores 1,2,3,8 y 15)

El número de bacterias de un cultivo está aumentando un 25 % cada hora. Si al principio había 300000 ¿Cuántas bacterias habrá al cabo de 5 horas?



Tarea 4.4- (Trabajamos los indicadores 1,2,3,8 y 15)

Una máquina costó 9000 €. Se calcula que al final de cada año sufre una depreciación igual al 15 % del valor que tiene al principio de ese año. ¿Cuál será su valor al cabo de 5 años?



Tarea 4.5- (Trabajamos los indicadores 1,2,3,8 y 15)

El valor de un auto se deprecia 18 % cada año. Su precio original fue 19000 €. ¿Cuánto valdrá al cabo de 9 años?



Tarea 4.6- (Trabajamos los indicadores 1,2,3,8 y 15)

Una ciudad tiene 600000 habitantes. La tasa de crecimiento de esa población es 8 % anual. ¿Cuántos habitantes tendrá dentro de tres años?



Tarea 4.7- (Trabajamos los indicadores 1,2,3,8 y 15)

La población de una ciudad aumenta en 35 % cada 10 años. Si su población en 1940 era de 40000 habitantes, ¿cuál será su población en el año 2000?



Tarea 4.8- (Trabajamos los indicadores 1,2,3,8 y 15)

El valor de una mercadería se deprecia 4 % cada año. Su precio original fue de 19000€. ¿Cuánto valdrá al cabo de 4 años?



Tarea 4.9- (Trabajamos los indicadores 1,2,3,8 y 15)

Don Antonio dispone de 500 € para el próximo viaje de estudios. Decide ingresarlos en un banco que le ofrece un 2,5 % de interés continuo mensual, es decir que cada mes se incrementa su dinero y se le aplica el %. Si todavía faltan 15 meses para el viaje, ¿cuánto dinero tendrá para entonces?



Tarea.- Mandamos algunos problemas similares como tarea para casa.

Sesión 5

Tarea 5.1- Problema en que se compara una Aritmética con una Geométrica. (Trabajamos los indicadores 1,2,3,8 y 15)

Consideremos la siguiente situación: 2 ciclistas se preparan para una competencia: Pablo comienza con 1000 metros, y todos los días agrega 1000 metros más, en tanto que Emilio empieza con 200 metros y cada día duplica lo hecho el día anterior. Cuántos metros recorre cada uno el décimo día?



Tarea 5.2- (Trabajamos los indicadores 1,2,3,8 y 15)

Invertimos 500 € en una cuenta. Cada año ingresamos en esa cuenta un interés del 2%, dinero tendremos pasado un año?. Y pasados dos años?. Y tres?. Se trata de una progresión?. Aritmética o geométrica?.



Tarea 5.3- (Trabajamos los indicadores 1,2,3,8 y 15)

Un piloto de coches quiere llegar a la meta en un circuito de 199 Km. Cuando lleva recorridos 100 Km se le para el coche pero consigue que le vuelva arrancar. Conforme avanza el coche se le vuelve a parar 50 Km después y vuelve a arrancar. Así le ocurre sucesivamente cuando lleva recorrida la mitad de la distancia de la parada anterior. ¿Conseguirá llegar a la meta?.



Tarea 5.4- (Trabajamos los indicadores 1,2,3,8 y 15)

Nos compramos un coche. Entrada: 3000€, Cuota: 300€

¿En 2 años y 3 meses, cuánto llevaremos pagado? ¿Podrías establecer una fórmula en función de los meses para calcular cuánto llevas pagado? ¿A qué tipo de sucesión corresponde la fórmula?



Tarea 5.5- (Trabajamos los indicadores 1,2,3,8 y 15)

Un amigo te comenta que hay un puesto vacante en el Concesionario en el que trabaja. Te dice que cobrarás una parte fija y una comisión. Él cobró en Enero 2460 € por vender 14 coches y en Febrero 3630 € por vender 23 coches. Te pones tan eufórico que se te olvidan pedirle los detalles del sueldo.

- Con los datos que te ha dado sobre su sueldo, calcula cuál será su parte fija y cuál la comisión por coche.
- ¿Cuánto cobrarás tu si consigues vender 17 coches?.
- ¿Tiene sentido la cantidad que has obtenido por vender 17 coches comparándola con lo que ha cobrado tu amigo en Enero y en Febrero?. Razona tu respuesta.



Tarea para casa:

Algunos ejercicios del libro sobre Sucesiones Aritméticas y Geométricas.

3.3 Fase de Síntesis y Evaluación

En esta fasearemos un repaso de los contenidos aprendidos y una prueba de evaluación de aquellos indicadores que no se vayan a evaluar mediante la observación directa o la entrega de tareas.

Sesión 6

Realizaremos un pequeño repaso de la unidad haciendo un ejemplo para cada una de las fórmulas de sucesiones.

Sesión 7

Realizamos la prueba de evaluación que se incluye en el apartado de “Evaluación de la unidad”.

3.4 Fase de Generalización

En esta fase abordaremos el refuerzo y ampliación de contenidos con vuestros alumnos en función de los resultados de la evaluación.

Sesión 8 (Refuerzo y ampliación)

- Elaborar una hojas de actividades de refuerzo distribuyéndolas en 3 núcleos temáticos: “Sucesiones Generales”, “Sucesiones Aritméticas” y “Sucesiones Geométricas”. Distribuir estas hojas de refuerzo en función de los resultados de la prueba-examen para dar una atención de refuerzo individualizada a cada alumno.

Algunas posibles actividades de Ampliación para los alumnos que ya dominen esta unidad.

1. La compra de un caballo

Cierta persona vendió su caballo por 156 euros. Mas el comprador se arrepintió de haberlo adquirido y devolvió el caballo diciendo:

- No me interesa comprar el caballo por ese precio, pues no lo merece.



El vendedor le propuso nuevas condiciones:

- Si te parece elevado ese precio, compra sólo los clavos de las herraduras y conseguirás de balde el caballo. En cada herradura hay 6 clavos; por el primer clavo me pagas tan sólo $\frac{1}{4}$ de euro; por el segundo, $\frac{1}{2}$; por el tercero, 1 euro, etc.

El comprador, deslumbrado por las nuevas condiciones, en su afán de tener gratis un caballo, aceptó la propuesta, creyendo que tendría que pagar por los clavos no más de 10 rublos.

¿Cuál fue el importe de la compra?

Solución

Por los 24 clavos hubo de pagar:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{24} \text{ euros}$$

Es decir, cerca de 42.000 euros. En tales condiciones no da pena entregar el caballo de balde.

2. La huerta

En una huerta hay 30 caballones; cada uno de ellos tiene 16 m de largo y 2,5 m de ancho. Durante el riego, el hortelano lleva los cubos de agua desde el pozo situado a 14 metros del extremo de la huerta y da la vuelta al caballón por el surco. El agua que carga cada vez le sirve para regar un solo caballón.

¿Cuál es la longitud del camino que recorre el hortelano para regar toda la huerta? El camino comienza y termina junto al pozo.



Solución

Para regar el primer caballón, el hortelano ha de recorrer un camino igual a

$$14 + 16 + 2,5 + 16 + 2,5 + 14 = 65 \text{ m.}$$

Para regar el segundo recorre

$$14 + 2,5 + 16 + 2,5 + 16 + 2,5 + 14 = 65 + 5 = 70 \text{ m.}$$

Cada nuevo caballón exige andar 5 metros más que para ir al anterior. Por ello tendremos la siguiente progresión:

$$65; 70; 75; \dots ; 65 + 5 * 29.$$

La suma de sus miembros será

$$(65 + 65 + 29 * 5) * 30 / 2 = 4125 \text{ m}$$

Para regar toda la huerta, el hortelano necesita recorrer 4,125 km.

3.-La recompensa del soldado

"Un soldado veterano recibe como recompensa 1 euro por la primera herida sufrida; 2, por la segunda; 4, por la tercera, etc. Cuando se hizo el recuento, el soldado resultó recompensado con 65535 euros. ¿Cuántas heridas sufrió el soldado?".



Solución

Planteamos la ecuación

$$65.535 = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{x-1}$$

ó

$$65.535 = \frac{2^{x-1} * 2 - 1}{2 - 1} = 2^x - 1$$

de donde obtendremos:

$$65535 = 2^x \text{ y } x = 16$$

Resultado que obtenemos fácilmente por tanteo.

Con este generoso sistema de recompensa, el soldado debía ser herido 16 veces, quedando además vivo.

Tarea para casa:

Acabar en casa las hojas de refuerzo y ampliación entregadas.

Sesión 9 (Creación de un mural) – Trabajamos indicadores 11,12,13 y 14

En grupos diseñar con cartulinas unos murales para exponerlos por el instituto con problemas y situaciones de la vida real en las que aparecen las sucesiones.

Entregar un listado de páginas web donde encontrar este tipo de situaciones. Con la información obtenida, pedir que elaboren el mural (ponerse de acuerdo con el Departamento de Plástica para ver si se puede hacer un trabajo conjunto).



Hacer 3 grupos con las siguientes temáticas:

GRUPO 1: “SUCESIONES GENERALES EN LA VIDA”.

GRUPO 2: “SUCESIONES ARITMÉTICAS EN LA VIDA”.

GRUPO 3: “SUCESIONES GEOMÉTRICAS EN LA VIDA”.

Preparar una hoja para que cada grupo se distribuya el trabajo: un subgrupo buscara información en las páginas web que se les indiquen en un listado, otros subgrupo trabajará los textos del mural y otro subgrupo las imágenes que se pegarán y los dibujos.

Se creará un jurado de profesores que votará cual de los 3 murales es el mejor y se le premiará con una aumento en la nota de la unidad.

4. Evaluación de la Unidad

Indicadores evaluados mediante la observación, entrega de trabajos,	
Indicadores	Nº Sesión en la que se evalúa
6.- No comete faltas de ortografía (Competencia Lingüística) 7.- Usa vocabulario matemático adecuado (Competencia Lingüística) 8.- Identifica información relevante en problemas de matemáticas (Competencia Lingüística)	Sesiones 1, 3 y 4: -A partir de los textos entregados. - El indicador 8 también se evalúa a partir de la resolución de los distintos problemas.
10.- Tiene actitud crítica ante la contaminación (Conocimiento e interacción con el medio físico).	Sesión 2. Se trata el tema a partir del ejercicio del crecimiento de los árboles
11.- Emplear la creatividad artística para el diseño de un mural (Competencia cultural y artística).	Sesión 9
12.- Respeta las opiniones de los demás (C.Social y ciudadana) 13.- Practica dialogo, mediación, arbitraje y consenso (C.Social y ciudadana) 14.- Respeta las normas de convivencia (C.Social y ciudadana)	Sesión 9 Además estos indicadores se valoran globalmente en toda la unidad
15.- Perseverancia, superación y rigor en la tarea (Autonomía e iniciativa personal)	Sesiones 2,3,4 y 5

Indicadores evaluados mediante una prueba de evaluación	
Indicadores	Pregunta/s en que se evalúa
1.- Curiosidad e interés por conocer sucesiones en la vida real.	
2.- Reconocer Progresiones aritméticas y geométricas en la vida real.	
3.- Resolver problemas de la vida real utilizando sucesiones.	
4.- Expresa números de la vida real en notación científica (contenido que también hemos trabajamos en unidad didáctica de números reales).	

5.- Traduce lenguaje verbal a algebraico en problemas de sucesiones (contenido que trabajaremos también en unidad didáctica de lenguaje algebraico)	
9.- Tiene hábitos de consumo racional de agua y energía (Conocimiento e interacción con el medio físico).	

Falta establecer una prueba de evaluación de acuerdo a los indicadores seleccionados para ella.

ANEXOS

ANEXO: “EL DIABLO DE LOS NÚMEROS”

La sexta noche

"- Probablemente crees que soy el único -dijo el diablo de los números cuando volvió a aparecer.

En esta ocasión estaba sentado en una silla plegable, en medio de un enorme campo de patatas.

- ¿El único qué? -preguntó Robert.

- El único diablo de los números. Pero no es cierto. Soy sólo uno de muchos. Allá de donde vengo, en el paraíso de los números, hay montones de nosotros. Por desgracia no soy el más importante. Los verdaderos jefes están sentados en sus habitaciones pensando. De vez en cuando uno se ríe y dice algo parecido a: "Rn igual a hn dividido entre función de n por f de n, abre paréntesis, a más theta, cierra paréntesis", y los otros asienten comprensivos y ríen con él. A veces ni siquiera sé de qué hablan.

- Pues para ser un pobre diablo eres bastante engreído -objetó Robert-. ¿Qué quieras, que te compadezca ahora?

- ¿Por qué crees que me hacen andar por ahí por las noches? Porque los señores de ahí arriba tienen cosas más importantes que hacer que visitar a principiantes como tú, mi querido Robert.

- O sea que puedo decir que tengo suerte de poder soñar por lo menos contigo.

- Por favor, no me malinterpretes -dijo el amigo de Robert, porque entre tanto se habían hecho casi viejos amigos -, lo que cavilan los señores de ahí arriba no es realmente malo. Uno de ellos, al que aprecio especialmente, es Bonatschi. A veces me cuenta lo que va averiguando. Es italiano. Por desgracia hace mucho que ha muerto, pero eso no significa nada para un diablo de los números. Un tipo simpático, el viejo Bonatschi. Por otra parte, fue uno de los primeros que entendieron el cero. Desde luego no lo inventó, pero en cambio se le ocurrió la idea de los números de Bonatschi. ¡Deslumbrante! Como la mayoría de las buenas ideas, su invento empieza con el uno... ya sabes.

Más exactamente, con dos unos: $1 + 1 = 2$.

Luego coge las dos últimas cifras y las suma:

	$1 = 1$
así que...	$1 + 1 = 2$
y luego...	$1 + 2 = 3$
otra vez las dos últimas...	$2 + 3 = 5$
etcétera.	$3 + 5 = 8$ $5 + 8 = 13$ $8 + 13 = 21$

- **H**asta el aburrimiento

- **N**aturalmente.

Entonces, el diablo de los números empezó a salmodiar los números de Bonatschi; sentado en su silla plegable, cayó en una especie de canturreo. Era la más pura ópera de Bonatschi:

Unounodostrescincoochotreceveintiunotreintaycuatrocincuentaycincochen-taynuevecientocuarentaycuatrodoscientostreintaytrescientossetentaysi-etc...

Robert se tapó los oídos.

- **Y**a paró -dijo el anciano -. Quizá sea mejor que te los escriba, para que puedas aprendértelos.

-**¿D**ónde?

- **D**onde tú quieras. Quizá en un pergamino.

Desatornilló el extremo de su bastón y sacó un fino rollo de papel. Lo tiró al suelo y le dio un golpecito. ¡Es increíble la cantidad de papel que había dentro del bastón! Una interminable serpiente que se desenrolló cada vez más y corrió más y más lejos por los surcos del campo, hasta que su extremo desapareció en la lejanía. Y, naturalmente, en el rollo estaba toda la serie de Bonatschi con sus números:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233,...

Apartir de ahí, los números estaban tan lejos y eran tan pequeños que Robert ya no pudo leerlos.

- **B**ueno, ¿y qué? - preguntó Robert.

- **S**i sumas los cinco primeros yañades uno, te sale el séptimo. Si sumas los seis primeros y añades uno te sale el octavo. Etcétera.

- **Y**a -dijo Robert. No parecía especialmente entusiasmado.

- **P**ero también funciona si te saltas siempre un número de Bonatschi, sólo tienes que tener siempre el primer uno -dijo el diablo de los números.

Mira:

	$1 + 1 = 2$
Y ahora te saltas uno	+ 3
Y vuelves a saltarte uno	+ 8
Y te saltas uno más	+ 21

Sumas esos cuatro, ¿y qué te sale?

- **T**reinta y cuatro - dijo Robert.

- **O** sea el número de Bonatschi que sigue al 21...."